

## CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 14.01.2025

Parte 1 - Testo 1

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

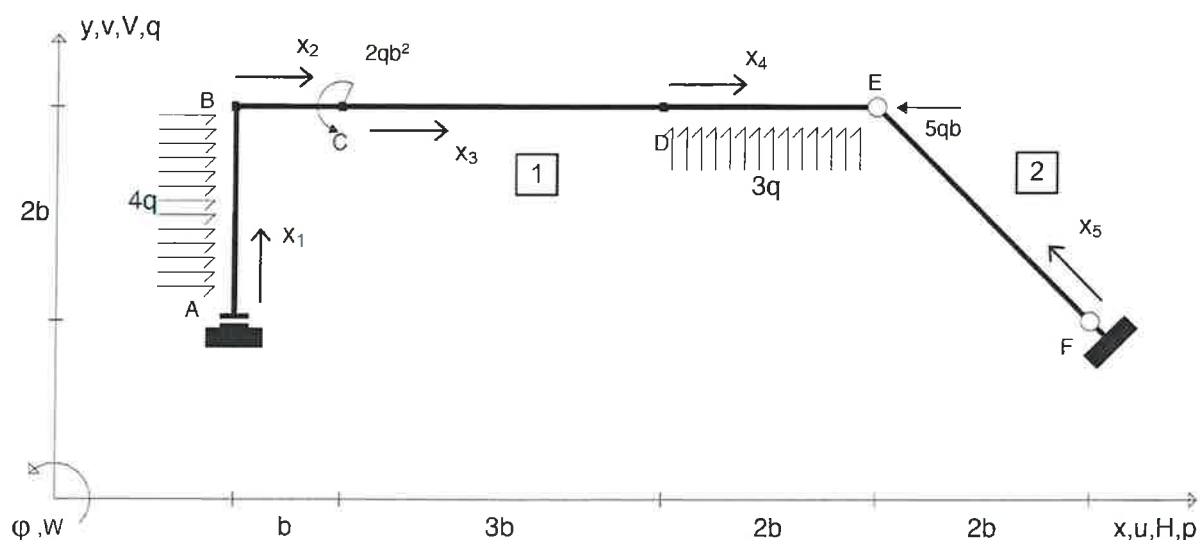
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

### Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 14.01.25\*001



Eq. ausiliarie  $M_{z(E)}^{(1)} = 0$  oppure  $M_{z(E)}^{(2)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale  $H_A$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A,  $u_A$ , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C,  $v_C$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C,  $M_C$ .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B,  $u_B$ , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C,  $v_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC\_SdA 14.01.25'004

y, v, q

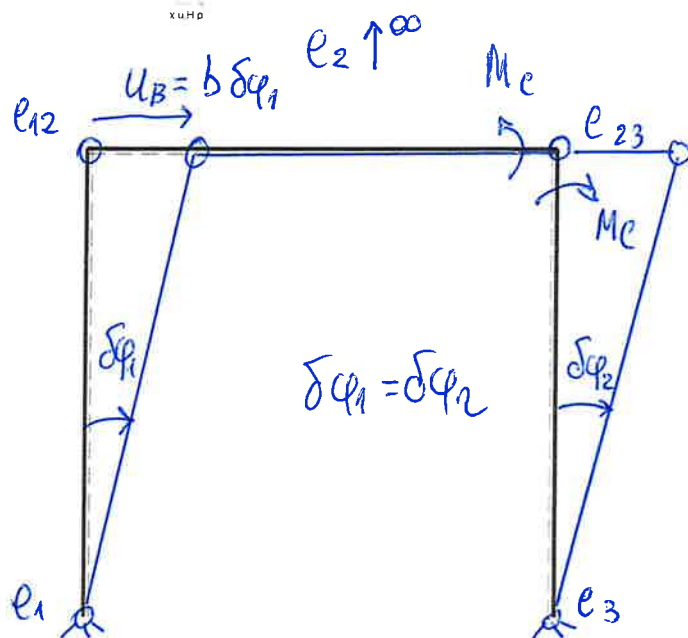
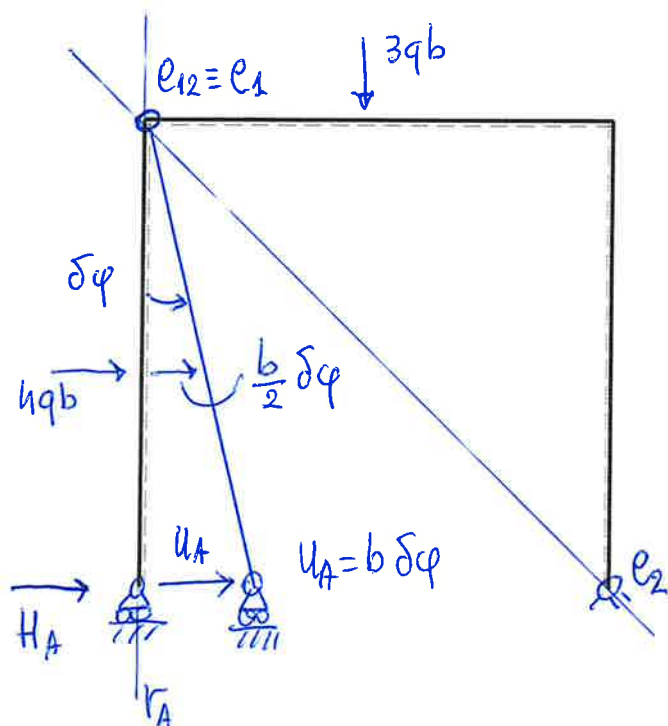
q

$$e_1 \leftrightarrow e_{12} \leftrightarrow e_2$$

$$C_1 \in r_A$$

$$e_1 \leftrightarrow e_{12} \leftrightarrow e_2$$

$$e_2 \leftrightarrow e_{23} \leftrightarrow e_3$$



$$H_A(\Rightarrow) = -2qb; C_1 = (0, b); C_2 = (b, 0); C_{12} = (0, b);$$

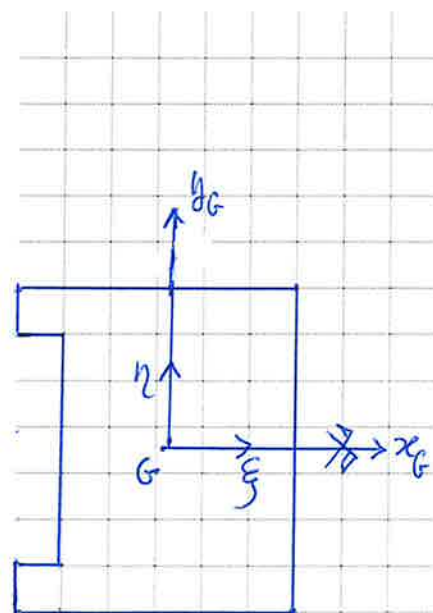
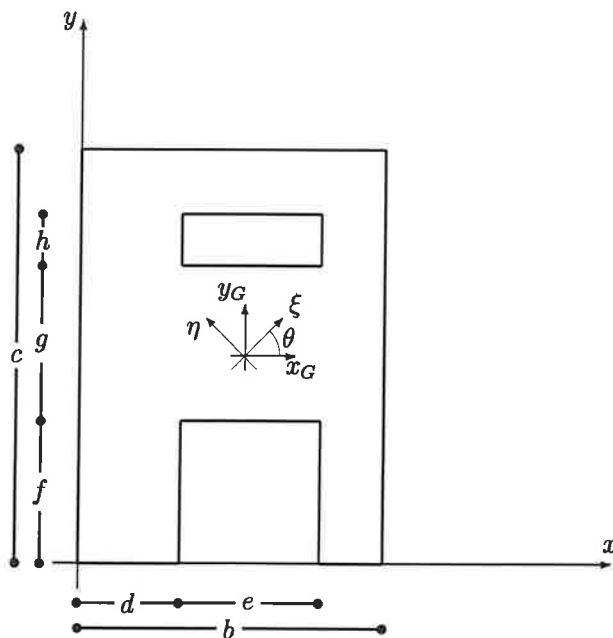
$$u_A = b\delta\varphi; v_C = 0;$$

$$M_C(\curvearrowright) = -2qb^2; u_B = b\delta\varphi; v_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 6a$ ;  $c = 7a$ ;  $d = 0$ ;  $e = a$ ;  $f = 0$ ;  $g = a$ ;  $h = 5a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



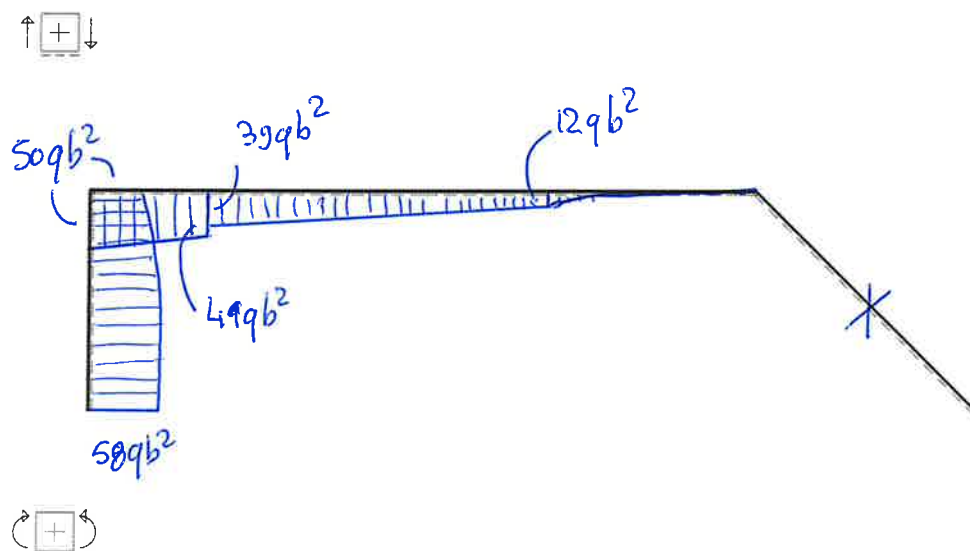
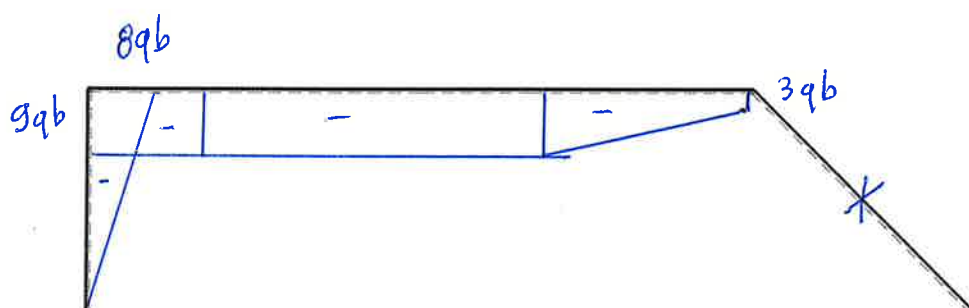
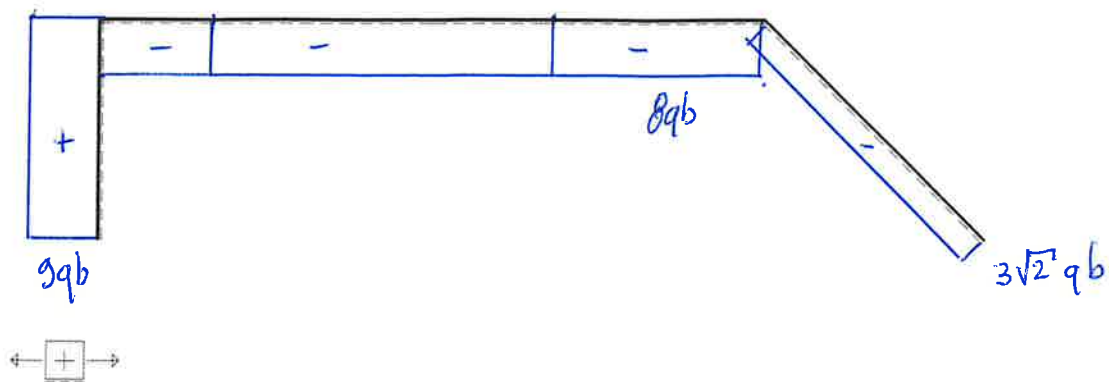
$$S_x = 259/2 a^3 = 129.5000 a^3; S_y = 247/2 a^3 = 123.5000 a^3;$$

$$x_G = 247/14 a = 3.3378 a; y_G = 7/2 a = 3.5000 a;$$

$$J_{xG} = 1933/12 a^4 = 161.0833 a^4; J_{yG} = 40009/444 a^4 = 90.1104 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 1933/12 a^4; J_\eta = J_{\min} = 40009/444 a^4;$$



$V_A(\uparrow) = -9qb$	$M_A(\curvearrowright) = -50qb^2$	$H_F(\Rightarrow) = -3qb$	$V_F(\uparrow) = 3qb$
$N_{AB} = 9qb$	$T_{AB} = -4qx_1$	$M_{AB} = 50qb^2 - 2qx_1^2$	
$N_{BC} = -8qb$	$T_{BC} = -9qb$	$M_{BC} = 50qb^2 - 9qb \times 2$	
$N_{CD} = -8qb$	$T_{CD} = -9qb$	$M_{CD} = 39qb^2 - 9qb \times 3$	
$N_{DE} = -8qb$	$T_{DE} = -9qb + 3qx_4$	$M_{DE} = 12qb^2 - 9qb \times 4 + \frac{3}{2}qx_4^2$	
$N_{FE} = -3\sqrt{2}qb$	$T_{FE} = 0$	$M_{FE} = 0$	

## CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 14.01.2025

Parte 1 - Testo 2

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

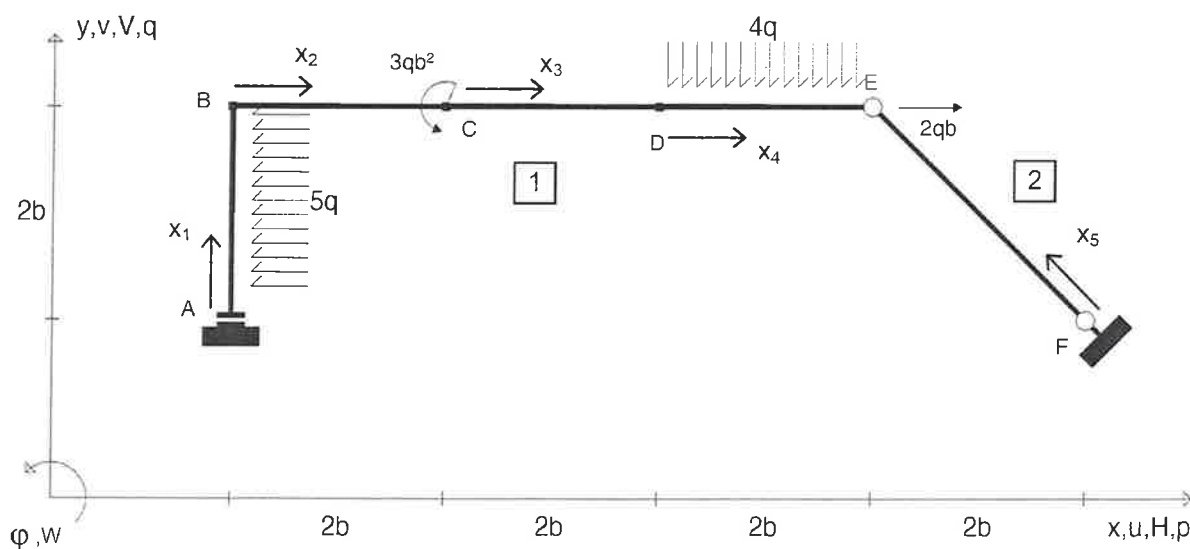
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

### Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 14.01.25\*002



*Ep. ausiliare*  $M_{z(E)}^{(1)} = 0$  oppure  $M_{z(E)}^{(2)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale  $H_A$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta  $AB$ ),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta  $BCD$ ),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $A$ ,  $u_A$ , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto  $C$ ,  $v_C$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto  $C$ ,  $M_C$ .

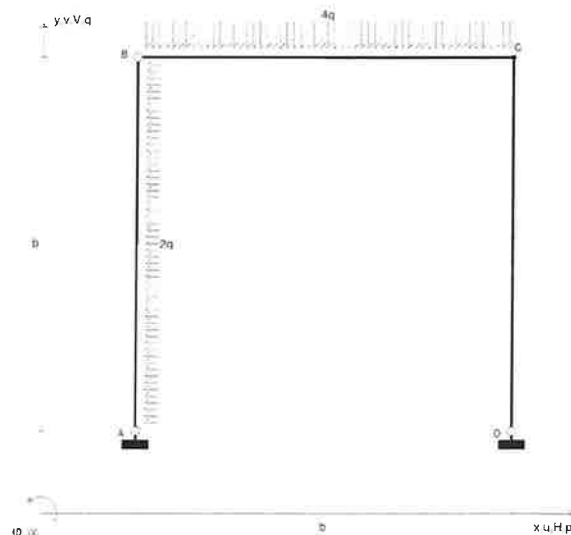
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $B$ ,  $u_B$ , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto  $C$ ,  $v_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC SdA 14.01.25\*005

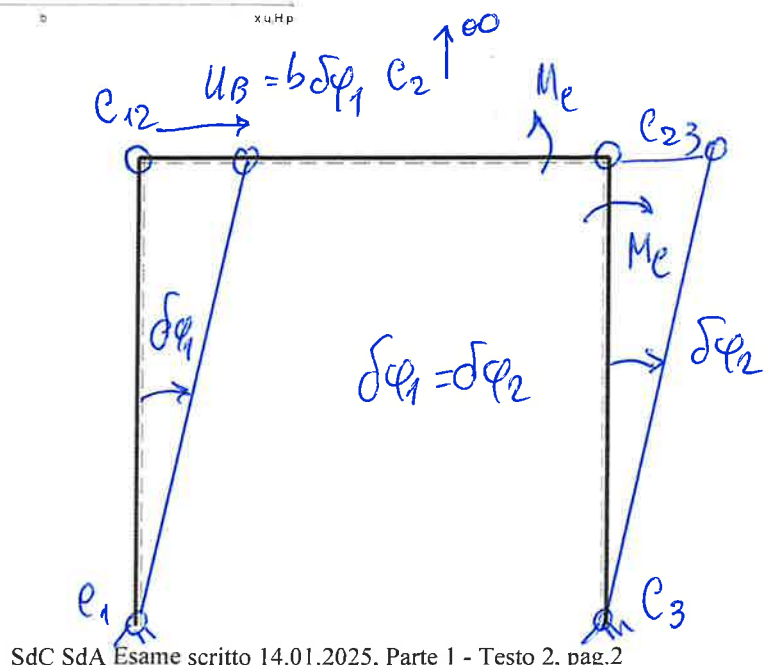
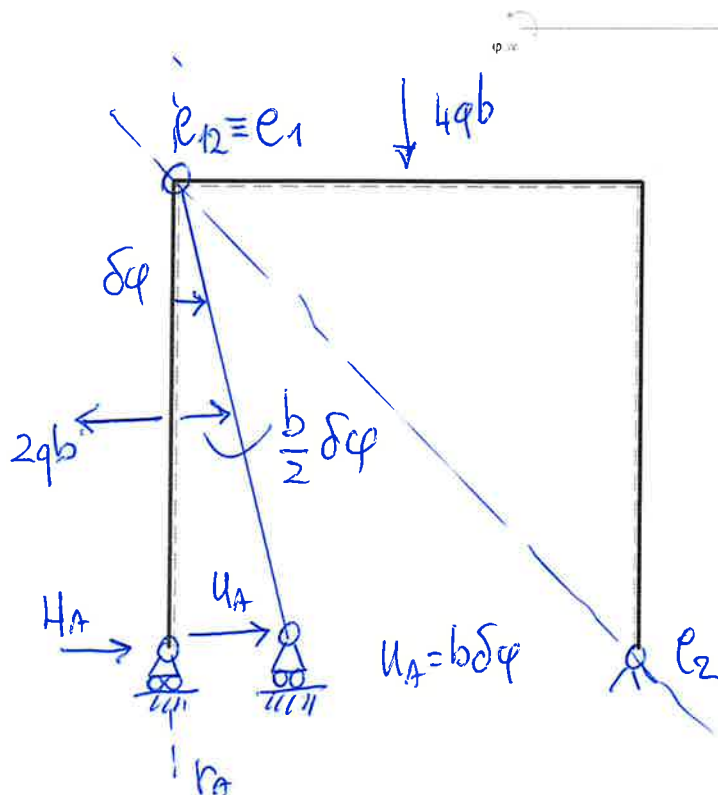


$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_1 \in r_A$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3$$



$$H_A (\Rightarrow) = \underline{9b}; C_1 = (\underline{0}, \underline{b}); C_2 = (\underline{b}, \underline{0}); C_{12} = (\underline{0}, \underline{b});$$

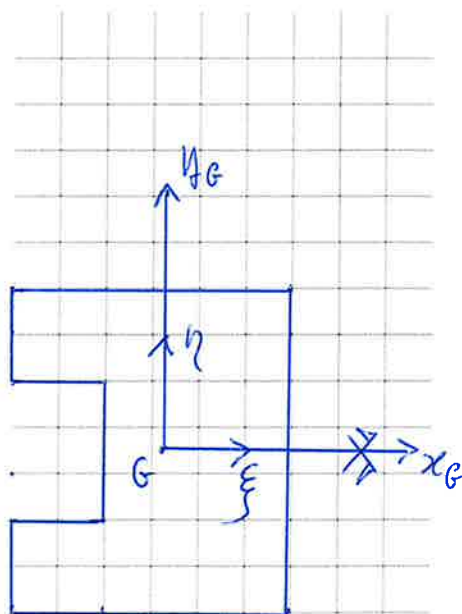
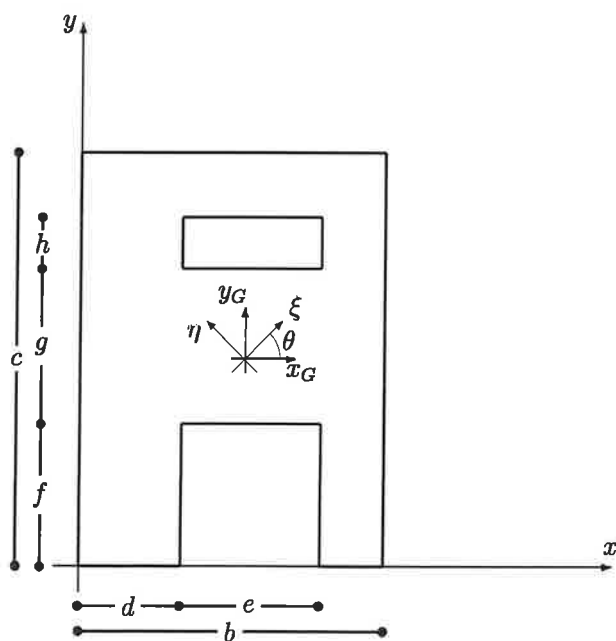
$$u_A = \underline{654}; v_C = \underline{0};$$

$$M_C (\curvearrowright) = \underline{9b^2}; u_B = \underline{654}; v_C = \underline{0};$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 6a$ ;  $c = 7a$ ;  $d = 0$ ;  $e = 2a$ ;  $f = 0$ ;  $g = 2a$ ;  $h = 3a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



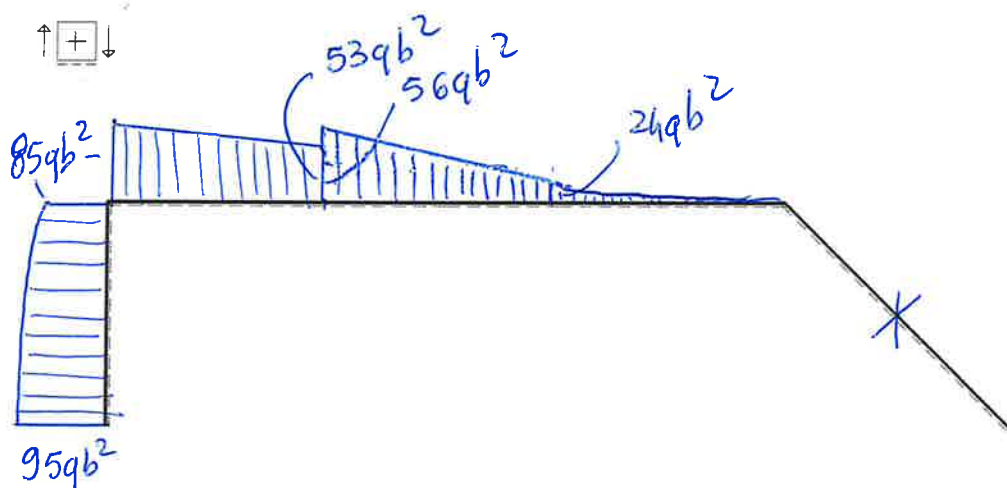
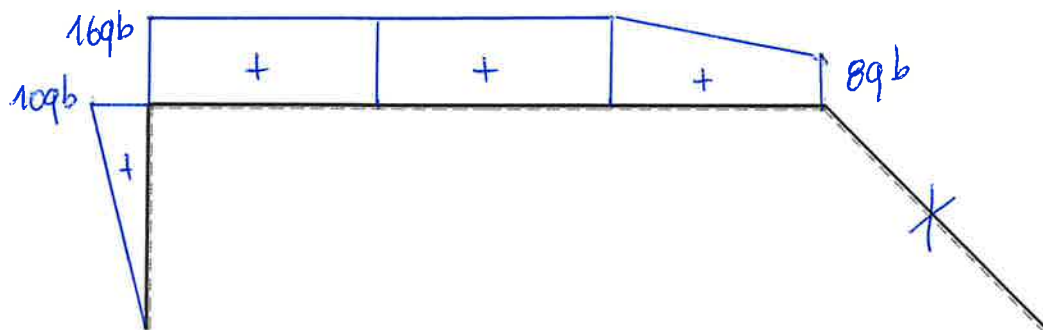
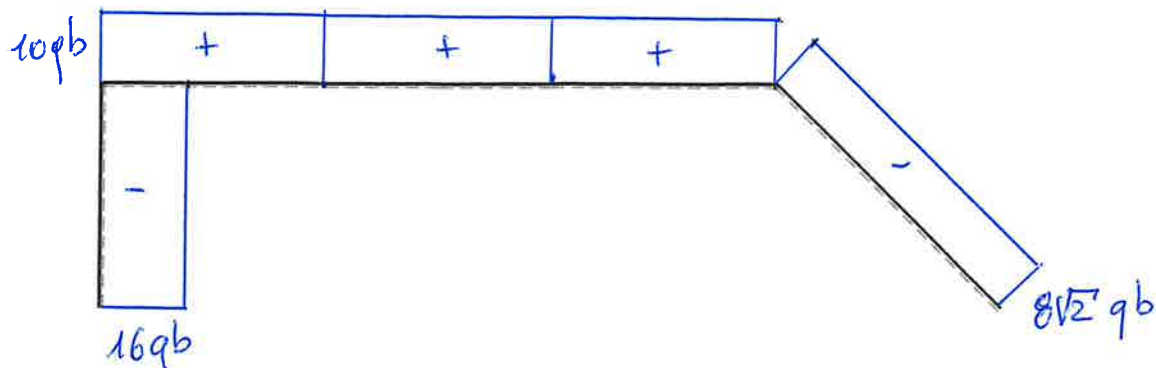
$$S_x = \underline{126a^3}; S_y = \underline{120a^3};$$

$$x_G = \underline{10/3 a = 3.3333 a}; y_G = \underline{7/2 a = 3.5000 a};$$

$$J_{xG} = \underline{167a^4}; J_{yG} = \underline{96a^4};$$

$$J_{xGyG} = \underline{0}; \tan 2\theta = \underline{0};$$

$$J_\xi = J_{\max} = \underline{167a^4}; J_\eta = J_{\min} = \underline{96a^4};$$



$V_A(\uparrow) = 16qb$	$M_A(\curvearrowright) = 95qb^2$	$H_F(\Rightarrow) = 8qb$	$V_F(\uparrow) = -8qb$
$N_{AB} = -16qb$	$T_{AB} = 5qx_1$	$M_{AB} = -95qb^2 + \frac{5}{2}qx_1^2$	
$N_{BC} = 10qb$	$T_{BC} = 16qb$	$M_{BC} = -85qb^2 + 16qb x_2$	
$N_{CD} = 10qb$	$T_{CD} = 16qb$	$M_{CD} = -56qb^2 + 16qb x_3$	
$N_{DE} = 10qb$	$T_{DE} = 16qb - 4qx_4$	$M_{DE} = -24qb^2 + 16qb x_4 - 2qx_4^2$	
$N_{FE} = 8\sqrt{2}qb$	$T_{FE} = 0$	$M_{FE} = 0$	

## CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 14.01.2025

Parte 1 - Testo 3

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

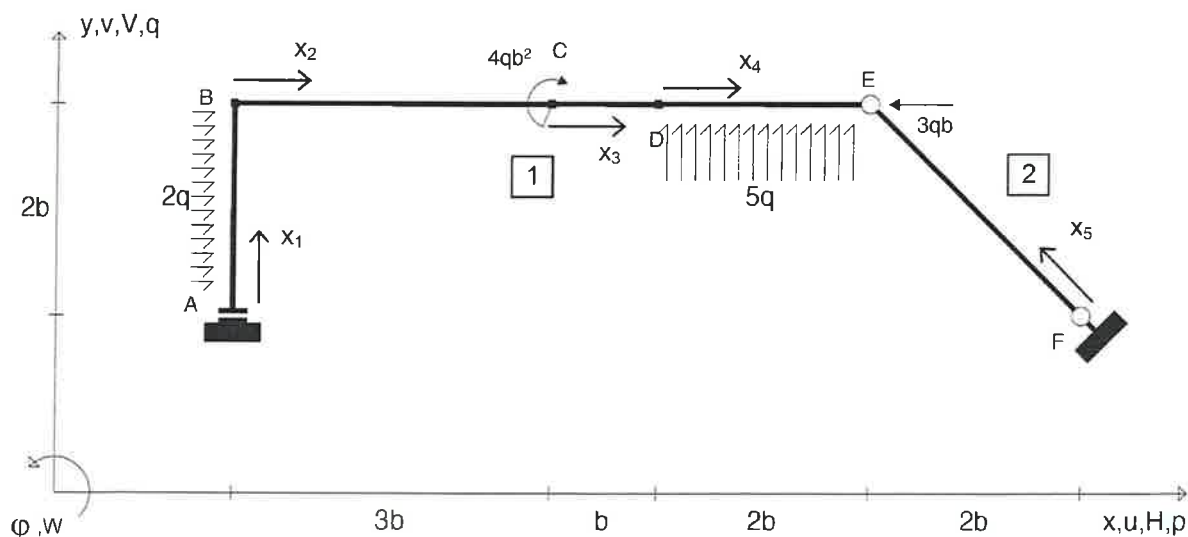
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

### Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 14.01.25\*003



Eq. ausiliarie  $M_{z(E)}^{(1)} = 0$  oppure  $M_{z(E)}^{(2)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale  $H_A$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A,  $u_A$ , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C,  $v_C$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C,  $M_C$ .

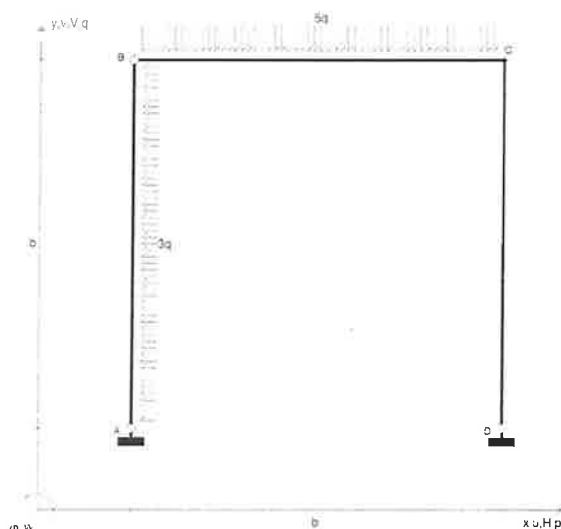
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B,  $u_B$ , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C,  $v_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC, SdA 14 01 25\*006

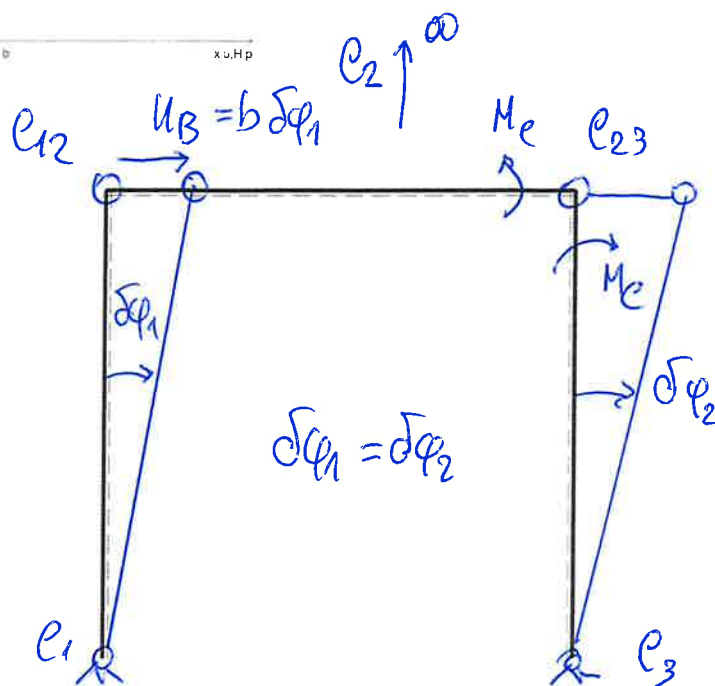
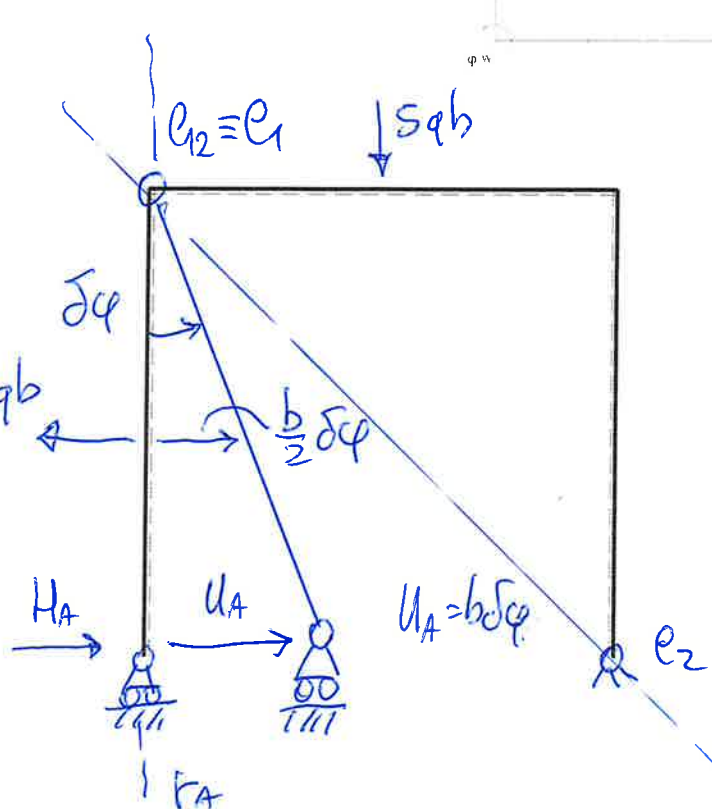


$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_1 \in \Gamma_A$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3$$



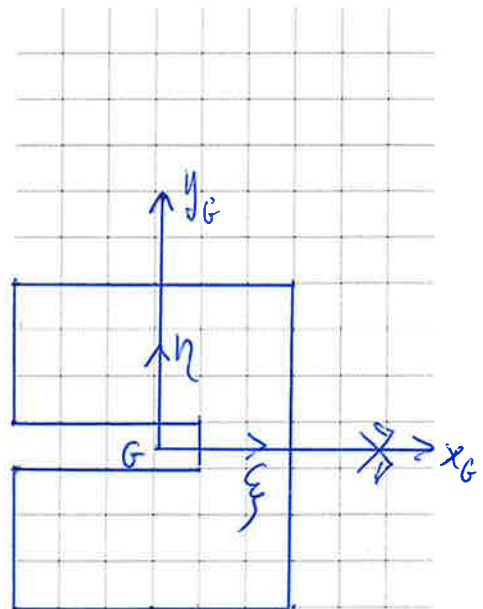
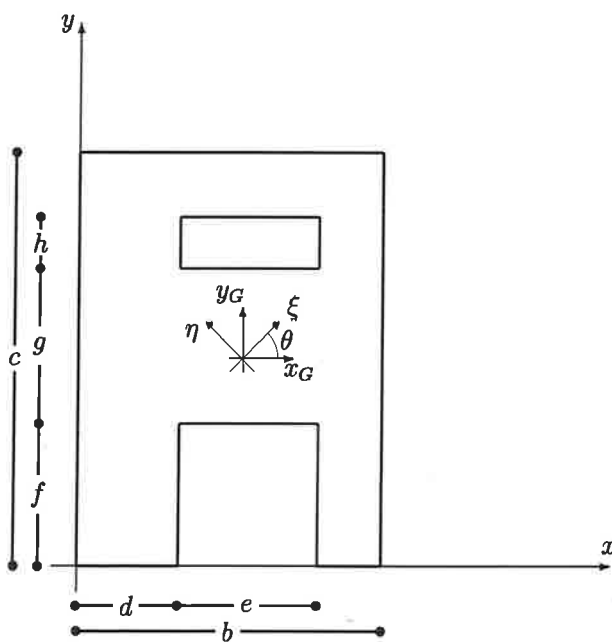
$$H_A (\Rightarrow) = \frac{3}{2} qb; C_1 = \begin{pmatrix} 0 & b \\ b\delta\varphi & 0 \end{pmatrix}; C_2 = \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}; C_{12} = \begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & b \end{pmatrix};$$

$$u_A = \frac{3}{2} qb^2; u_B = b\delta\varphi; v_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 6a$ ;  $c = 7a$ ;  $d = 0$ ;  $e = 4a$ ;  $f = 0$ ;  $g = 3a$ ;  $h = a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



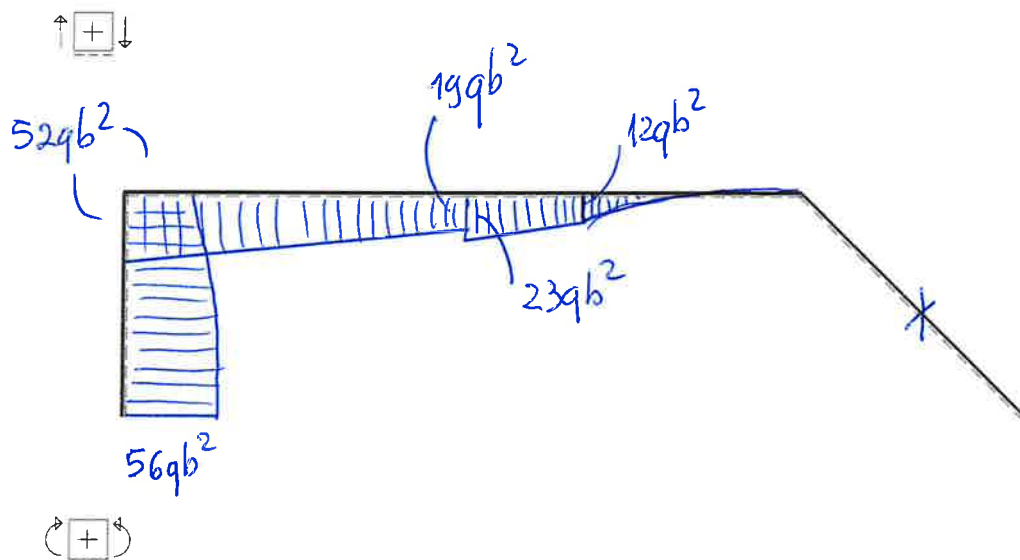
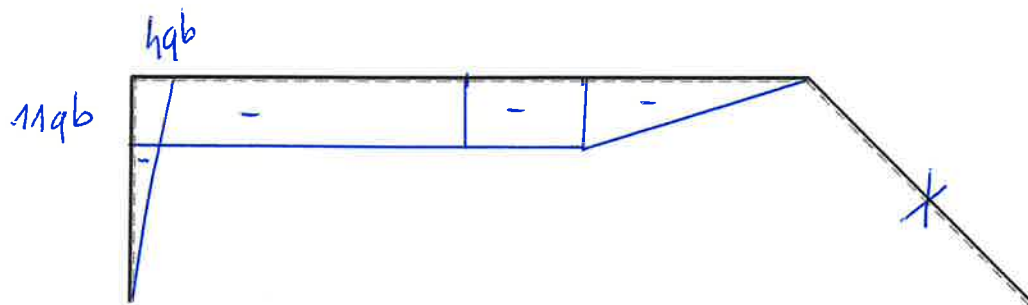
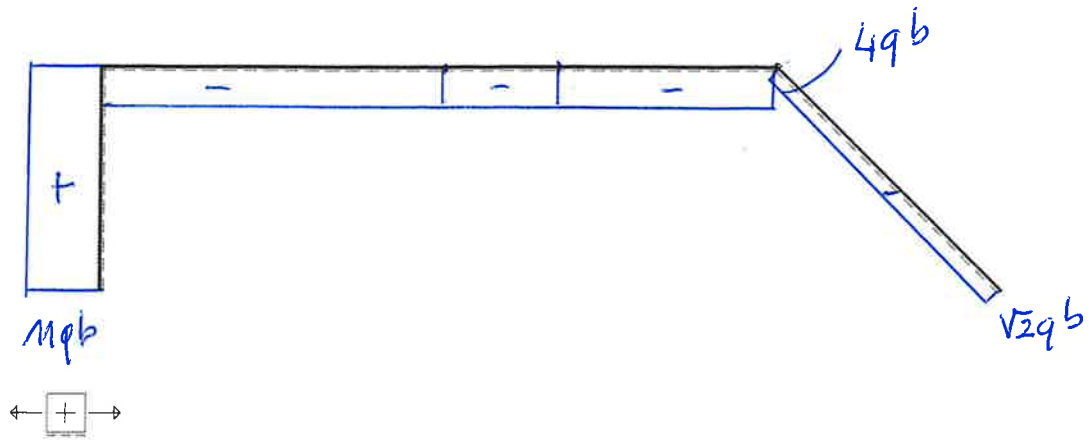
$$S_x = 133 a^3; S_y = 118 a^2;$$

$$x_G = \frac{59}{19} a = 3.1053 a; y_G = \frac{7}{2} a = 3.5000 a;$$

$$J_{xG} = \frac{1027}{6} a^4 = 171.1667 a^4; J_{yG} = \frac{6626}{57} a^4 = 116.2456 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{1027}{6} a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{6626}{57} a^4;$$



$V_A(\uparrow) = -11qb$	$M_A(\curvearrowright) = -56qb^2$	$H_F(\Rightarrow) = -qb$	$V_F(\uparrow) = qb$
$N_{AB} = 11qb$	$T_{AB} = -2qx_1$	$M_{AB} = 56qb^2 - qx_1^2$	
$N_{BC} = -4qb$	$T_{BC} = -11qb$	$M_{BC} = 52qb^2 - 11qb x_2$	
$N_{CD} = -4qb$	$T_{CD} = -11qb$	$M_{CD} = 23qb^2 - 11qb x_3$	
$N_{DE} = -4qb$	$T_{DE} = -11qb + 5qx_4$	$M_{DE} = 12qb^2 - 11qb x_4 + \frac{5}{2}qx_4^2$	
$N_{FE} = -\sqrt{2}qb$	$T_{FE} = 0$	$M_{FE} = 0$	